

1. Conteste falso o verdadero a las siguientes proposiciones y justifique su respuesta:

a) Si dos sucesos asociados a un experimento son independientes entonces sus complementos también lo son.

b) Si X es una variable aleatoria que se distribuye con función de probabilidad

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \text{ su F.G.M es } M_X(t) = e^{-|t|}$$

3. Una panadería estima las ventas diarias de un cierto tipo de pan especial en la forma siguiente:

Venta diaria estimada (unidades)	Probabilidad
1400	0.5
1500	0.4
1600	0.1

El costo por unidad de hogaza de pan es de 0.05 y el precio de venta es de 0.10, el pan debe ser ordenado con un día de anticipación y cada unidad no vendida en el día se entrega a una institución de beneficencia al precio de 0.02 por unidad.

¿Cuántas unidades debe ordenar, para maximizar sus ganancias?

1- a) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
 $\Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$
 $= P(A^c \cap B^c) \dots (V)$

b) $F(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \rightarrow M_X(t) = e^{-|t|}$
 F.G.M $\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} F(x) dx & \text{V.a. discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} F(x) dx & \text{V.a. continua} \end{cases}$
 $E(X^k) = \left. \frac{d^k M_X(t)}{dt^k} \right|_{t=0}$
 $\hookrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \frac{1}{\pi(1+x^2)} dx \neq e^{-|t|} \dots (F)$

3- $-X(0.05)$
 $V(0.10)$
 $(X-V)0.02$

Ganancias(X) = $-0.03X + 0.08V$
 $\hookrightarrow 7460 - 0.03X$
 $Ganancias(X) = 7460 - 0.03X$

Ventas esperadas = $1400(0.5)$
 $1500(0.4)$
 $1600(0.1)$
 $V = 1460$

\hookrightarrow Lo mínimo que se puede producir es 1600
 \hookrightarrow Lo tenemos que ~~ordenar~~ ~~actuar~~
 $7460 - 0.03 \cdot 1600$
 $7460 - 48$
 7412

4. Una máquina envasadora A llenó 500 botellas, otra máquina B llenó 300 botellas y la máquina C llenó 200 botellas. El promedio y la desviación estándar de los pesos de las botellas llenadas por A, B y C respectivamente, son:

$$\bar{X}_A = 753 \text{ gr } \bar{X}_B = 758 \text{ gr } \bar{X}_C = 782 \text{ gr}$$

$$S_A = 8 \text{ gr } S_B = 12 \text{ gr } S_C = 10 \text{ gr}$$

Si dicha producción se reunió en un solo lote; determine el coeficiente de variación del lote completo.

5. El tiempo de reabastecimiento de cierto producto es considerado como una variable aleatoria que sigue una distribución Gamma con media de 40 y varianza de 400. Determine la probabilidad de que un pedido se envíe dentro de los 20 días posteriores a su solicitud y dentro de los primeros 60 días.

4- 500 A
 $\bar{X}_A = 753 \text{ gr } \rightarrow \sum(X_A) = 376500$
 $S_A = 8 \text{ gr } \rightarrow 64 = \frac{n \sum(X_A^2) - (\sum(X_A))^2}{n(n-1)} \rightarrow \sum(X_A^2) = 283536436$

300 B
 $\bar{X}_B = 758 \text{ gr } \rightarrow \sum(X_B) = 227400$
 $S_B = 12 \text{ gr } \rightarrow 144 = \frac{n \sum(X_B^2) - (\sum(X_B))^2}{n(n-1)} \rightarrow \sum(X_B^2) = 272412256$

200 C
 $\bar{X}_C = 782 \rightarrow \sum(X_C) = 156400$
 $S_C = 10 \text{ gr } \rightarrow 100 = \frac{n \sum(X_C^2) - (\sum(X_C))^2}{n(n-1)} \rightarrow \sum(X_C^2) = 122324700$

$C_V = \frac{S_T}{\bar{X}_T} \mid \bar{X}_T = 760.3 \mid S_T = 74.74854$
 $\Rightarrow CV = 9.93983$

$S = \mu = 40 \rightarrow d, B$
 $S^2 = 400 \rightarrow d, B^2$
 $B = 70 \wedge d = 4$

$S: F(x) = \frac{x^{d-1} e^{-x/B}}{B^d \Gamma(d)} \mid \frac{\Gamma(d) \Gamma(\alpha-1)!}{d=4}$
 $B=70$

$\rightarrow F(x) = \frac{x^3 e^{-x/10}}{10^4 (3!)}$

\rightarrow de 80 a 20 $\rightarrow \int_{20}^{80} \frac{x^3 e^{-x/10}}{10^4 (3!)} dx$
 $\rightarrow 0.814743$

2. La tabla siguiente recoge los precios y el consumo de tres artículos básicos en los años 2020 y 2021:

Artículo	Unidades	Precio promedio		Consumo promedio	
		2020	2021	2020	2021
Leche	Litro	75	80	10	11
Pan	Barra	50	60	9	8
Huevos	Docena	225	200	1	1.2

El índice de paashe para el 2021 con base 2020 es

- a) 99.4
b) 108.3
c) 102.8
d) Ninguna de las anteriores

$$\frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0}$$

$$\frac{\sum Q_0 P_1}{\sum Q_0 P_0}$$

$$\sqrt[2]{\frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_0}}$$

2.- índice de precios Paasche "IPP"

$$\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= 107.023$$

3. El Producto Bruto Interno de un país durante los últimos cinco años tuvo la evolución siguiente: Año1: +2%, Año2: 0% Año3: -2% Año4: +4% y Año5: +8%. La tasa de crecimiento anual promedio del PBI es:

- a) 2.936841%
b) 3.000000%
c) 2.654731%
d) Ninguna de las anteriores

$$1.02 \times 1 + 1.04 = 1.02$$

$$1 + r = \sqrt[5]{(1.02)(1.04)(0.98)(1.04)(1.08)}$$

3.- Año 1 = 2% Tasa del crecimiento del PBI

Año 2 = 0%

Año 3 = -2%

Año 4 = 4%

Año 5 = 8%

$$= \sqrt[5]{(102\%)(100\%)(98\%)(104\%)(108\%)}$$

$$= 102.34\%$$

$$= 2.34\%$$

4. Durante cuatro años la fábrica de caramelos "SIEMPRE DULCE" ha comprado azúcar industrial a los precios de S/. 1.50, S/. 1.70, S/. 2.20, y S/. 2.80 el kilogramo. el precio promedio del kilogramo de azúcar si cada año compró S/.5000.00. es:

- a) 1.935555419
b) 2.050000000
c) 1.803654875
d) Ninguna de las anteriores

$$4.- \frac{5000 + 5000 + 5000 + 5000}{\frac{5000}{1.5} + \frac{5000}{1.7} + \frac{5000}{2.2} + \frac{5000}{2.8}} = \frac{4}{\frac{1}{1.5} + \frac{1}{1.7} + \frac{1}{2.2} + \frac{1}{2.8}} = 1.935$$

7. El tiempo X que tarda en realizarse cierta tarea clave en la construcción de una casa es una v.a que tiene una distribución exponencial con una media de 10 hrs. El costo C para completar esa tarea está relacionado con el cuadrado del tiempo que tarda en completarse mediante la fórmula $C = 100 + 4X + 3X^2$, el valor esperado de C :
- a) 740
b) 940
c) 640
d) ninguna de las anteriores.

7.- $E(X) = 10$ | distribución exponencial

$$\lambda = \frac{1}{E(X)} = \frac{1}{10}$$

$$C = 100 + 4X + 3X^2$$

$$E(C) = E(100 + 4X + 3X^2)$$

$$E(100) + E(4X) + E(3X^2)$$

$$100 + 4E(X) + 3E(X^2) \rightarrow \text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \rightarrow \frac{1}{\lambda^2} - E(X)^2 = 100$$

$$100 + 4(10) + 3(200)$$

$$\Rightarrow E(X^2) = 10^2 + 100$$

$$740$$

8. El tiempo de vida de los fluorescentes marca Nacional es considerada como una variable aleatoria exponencialmente distribuida con una vida útil media de 1000 horas, si se prueba aleatoriamente una muestra de 10 fluorescentes, calcular la probabilidad de que cinco de ellos tengan un tiempo de vida de 500 horas más, si tuvieron una vida útil superior a 1000 horas es:
- a) 0.1951
b) 0.2500
c) 0.3915
d) Ninguna de las anteriores
- $\lambda = \frac{1}{1000}$
- EXPONENCIAL

8.- $E(X) = 1000$

$$\lambda = \frac{1}{E(X)} = \frac{1}{1000}$$

$$P(X > 2500 | X > 1000) = P(X > 500) = e^{-\lambda X} = e^{-\frac{1}{1000} \cdot 500} = 0.6065$$

$$P = 0.6065 \quad n = 10$$

$$q = 0.3935 \quad x = 5$$

$$P(X) = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x}$$

$$\binom{10}{5} (0.6065)^5 \cdot (0.3935)^5 = 0.1951$$

EXAMEN FINAL

1. Sean A y B dos sucesos incluidos en el espacio muestral asociada a un experimento aleatorio donde, $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.4$
- Calcular
- a) La probabilidad de que ocurra por lo menos uno de los sucesos
b) La probabilidad de que ocurra solamente uno de los sucesos

6.- $P(A) = 0.6$

$P(B) = 0.3$

$P(A \cap B) = 0.4$

$P(A \cup B) = ?$

0

3. El precio que se pide por cierto seguro se distribuye normalmente con media de \$55.00 y desviación estándar de \$5.00. Los compradores están dispuestos a pagar una cantidad que también se distribuye normalmente con una media de \$50.00 y desviación estándar de \$3.00. calcular la probabilidad de que la transacción se realice

$M=55$
 $S=5$ | $X \rightarrow$ lo que pide

$M=50$
 $S=3$ | $Y \rightarrow$ lo que este dispuesto a pagar

Resta de medias
 $50 - 55 = -5 = \mu$

Suma de varianzas
 $5^2 + 3^2 = 34 = S^2$

$Y - X \geq 0$
 $\frac{Y - X - \mu}{S}$

$\rightarrow P(Z \geq 0)$
 $P\left(Z \geq \frac{0 - (-5)}{\sqrt{34}}\right)$
 $P(Z \geq 0.857)$
 0.19558
 $\rightarrow 1 - P(Z \geq 0.857)$
 0.80442

4. Para contar rápidamente folletos en grupos de 50, lo mejor es pesarlo. Supongamos que la distribución del peso de los folletos, de uno en uno tiene una media de 3 gramos y desviación estándar de 0.15 gramos. Una pila de folletos se clasifica como pila de 50 folletos si su peso esta entre 149 y 151 gramos. Calcular la probabilidad de que una pila de 49 folletos quede contada como una pila de 50 con este método

$M=3$
 $S=0.15$

Para 1 $\times 49$
 $\sqrt{49}$

$M=147$
 $S=1.05$

Para 149

$P(149 \leq Y \leq 151) = P(Y \leq 151) - P(Y \leq 149)$
 $P\left(Z \leq \frac{151 - 147}{1.05}\right) - P\left(Z \leq \frac{149 - 147}{1.05}\right)$
 $P(Z \leq 3.8095) - P(Z \leq 1.9047)$
 $= 0.92833$

5. El tiempo de viaje (ida y vuelta) de los camiones que transportan bebidas gaseosas, está distribuido uniformemente en el intervalo de 50 a 70 minutos; ¿cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a 65 minutos si se sabe que la duración del viaje es mayor a 55 minutos?

$10. \therefore P(X > 65 | X > 55) = \frac{P(X > 65 \cap X > 55)}{P(X > 55)}$

$\frac{P(X > 65)}{P(X > 55)} = \frac{\int_{65}^{70} \frac{1}{20} dx}{\int_{55}^{70} \frac{1}{20} dx} = \frac{5}{20}{\int_{55}^{70} \frac{1}{20} dx = \frac{15}{20}} = 0.333$

Un ciento de pequeños tornillos se empaquetan en una caja. El peso de cada tornillo es considerado como una variable aleatoria normalmente distribuida con una media de 1 onza y desviación estándar de 0.01 onza. Si se empaquetan 100 cajas encuentre la probabilidad de que al seleccionar 10 cajas pesen más de 102 onzas es:

a) 0.79403
b) 0.2513
c) 0.7531
d) 0.20597
e) Ninguna de las anteriores

$x' = \frac{x - \mu}{\sigma}$
 $\frac{102 - 1}{0.01} = \frac{9}{0.01}$
 $\mu = 1$

$\mu = 1$ Para 1 caja
 $\sigma = 0.01$

Para media
 $\mu = 1 \times 100 = 100$

Para Varianza
 $\sigma^2 = (0.01)^2 \times 100 = 0.01$

Para 100 (cajas)
 $\mu = 100$
 $\sigma = 0.1$

$P(T \geq 102) = 1 - P(T < 102)$
 $1 - P\left(Z < \frac{102 - 100}{0.1}\right)$
 $1 - P(Z < 20)$
 \rightarrow Titulo a 1
 $= 0$

$P(X) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$
 $P(X=10) = \binom{100}{10} (0.1)^{10} (0.9)^{90}$
 $= 0$

3. La función generatriz de momentos de la distribución de pascal es:

a) $M_X(t) = \left[\frac{pe^t}{1 - qe^t} \right]^r$
b) $M_X(t) = \left[\frac{pe^t + 1}{qe^t} \right]^r$
c) $M_X(t) = \left[\frac{pe^t}{1 - qe^t} \right]^r$
d) $M_X(t) = \left[\frac{1 - pe^t}{qe^t} \right]^r$
e) Ninguna de las anteriores

3. Función Generatriz de Momentos de La D. pascal
F.G.M D. pascal
 $M_X(t) = p^n (1 - (1-p)e^t)^{-n}$

4. La función generatriz de momentos de la distribución normal es:

a) $M_X(t) = e^{\frac{\mu + \sigma^2 t^2}{2}}$
b) $M_X(t) = e^{\frac{(\mu + \sigma^2 t^2)}{2}}$
c) $M_X(t) = e^{\frac{(\mu - \sigma^2 t^2)}{2}}$
d) $M_X(t) = e^{\frac{\mu - \sigma^2 t^2}{2}}$
e) Ninguna de las anteriores

4. F.G.M D. normal
 $M_X(t) = e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$

2. Determine la función generatriz de momentos de la distribución de pascal y halle el momento absoluto de orden 2.

$$\begin{aligned}
 & \text{1- Si: } M_X(t) = p^n (1 - (1-p)e^t)^{-n} \\
 & \rightarrow E(X^k) = \frac{d^k M_X(t)}{dt^k} \bigg|_{t=0} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Piden segunda derivada} \\ \text{de } p^n (1 - (1-p)e^t)^{-n} \end{array} \right. \\
 & \hookrightarrow E(X^2) = \frac{d^2 M_X(t)}{dt^2} \bigg|_{t=0} \\
 & \frac{(p-1) \cdot p^n \cdot n \cdot e^t \cdot ((p-1)ne^t - 1)}{(1 - (1-p)e^t)^n ((p-1)e^t + 1)^2} \bigg|_{t=0}
 \end{aligned}$$

1. Dos bolillas se extraen de una urna que contiene 9 bolillas numeradas del 1 al 9. Se conserva la primera bola si tiene el número 1, y se regresa en caso contrario. La probabilidad de que la segunda bola extraída tenga el número 2 es

Las opciones son:

- 0.1126
- 0.1216
- 0.2116
- 0.22116
- Ninguna de las anteriores

Respuesta: $\frac{1}{10} \cdot \frac{8}{9} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45} \approx 0.0889$

1) Piden Calcular la probabilidad que la segunda bolilla sea 2. Para ello existen 2 casos:

- Caso 1: la primera es 1 y la segunda es 2
en este caso: $\frac{1}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{72}$

- Caso 2: la primera no es 1 y la segunda es 2
en este caso: $\frac{8}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{8}{81}$

Probabilidad de que la 2da sea 2 = Caso 1 + Caso 2

$$= \frac{1}{72} + \frac{8}{81}$$

$$= 0.1126...$$

2. Las remuneraciones de una muestra de trabajadores de una empresa se distribuyen simétricamente con 9 intervalos de clase de amplitud constante, además se conocen los siguientes datos: $h_5 = 0.50$, Límite superior del quinto intervalo de clase = 110, $h_1 + h_6 = 0.13$, $h_8 - h_1 = 0.02$, $h_7 = h_1 + 0.04$, $P_{77} = 112$.
Calcular el coeficiente de curtosis

Faltan datos

5. Los siguientes datos corresponden a siete empleados escogidos al azar y se refieren a estadísticas del año pasado. La variable X representa el número de ausencias en días laborables, mientras que la variable Y representa los años de servicio en la compañía:

Y	2	0	5	6	4	9	2
X	7	8	2	3	3	3	7

La variación explicada es:

- a) 6.57633588
- b) 40.84356791
- c) 30.20132485
- d) Ninguna de las anteriores

150
7,5 $CV = \frac{6}{7}$ $H(X,Y)$ $H(X)$ $H(Y)$

S	X	Y	$\bar{X} = 4,714285714$	$\bar{Y} = 4$	$(\text{Cov}(X,Y))^2 = \frac{\sum (x_i y_i) - \bar{X} \bar{Y}}{n}$	$\text{Var}(X) = \frac{\sum (x_i^2) - (\bar{X})^2}{n}$	$\text{Var}(Y) = \frac{\sum (y_i^2) - (\bar{Y})^2}{n}$
1	7	2					
2	8	0					
3	2	5					
4	3	6					
5	3	4					
6	3	9					
7	7	2					

$X_i Y_i$	X_i^2	Y_i^2
14	49	4
0	64	0
10	4	25
18	9	36
12	9	16
27	9	81
14	49	4
95	293	166
$\sum (X_i Y_i)$	$\sum (X_i^2)$	$\sum (Y_i^2)$

Piden $r^2 = \frac{(\text{Cov}(X,Y))^2}{\text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y)}$

$\rightarrow \frac{\left(\frac{95 - 4 \times 4,714285714}{7}\right)^2}{7,714285714 \times 5,346938776} = 67,73\%$